

CIENKOŚCIENNE KONSTRUKCJE METALOWE

Wykład 10: Wymiarowanie ściskanych i zginanych prętów cienkościennych

WPROWADZENIE

Wymiarowanie elementów ściskanych i zginanych wg EC3.

Załącznik krajowy

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}\chi_i} + C_{my} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}\chi_{LT}} + C_{mz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1 - \Delta_0,$$

gdzie

C_m – wsp. momentu wg tablicy B.3,

Δ_0 – składnik poprawkowy:

$$\Delta_0 = 0,1 + 0,2 \left(\frac{W_{pl,i}}{W_{el,i}} \right), \text{ lub}$$

$\Delta_0 = 0,1$ – w przypadku przekrojów klasy 3 i 4.

WPROWADZENIE

Elementy zginane i ściskane o stałym przekroju (6.3.3):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (6.61)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (6.62)$$

gdzie: N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ i $M_{z,Ed}$ – wartości obliczeniowe siły ściskającej i maksymalnych momentów zginających względem osi y-y i z-z,

$\Delta M_{y,Ed}$, $\Delta M_{z,Ed}$ – ewentualne momenty spowodowane przesunięciem środka ciężkości przekroju klasy 4 obliczone zgodnie z 6.2.9.3, patrz Tablica 6.7,

χ_y i χ_z – współczynniki wyboczenia giętnego wg 6.3.1,

χ_{LT} – współczynnik zwichrzenia wg 6.3.2,

k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} – współczynniki interakcji.

WPROWADZENIE

UWAGA 1 Formuły interakcyjne wyprowadzono na podstawie modelu, w którym element jednoprzęsłowy, przegubowo i widelkowo podparty na końcach, z ciągłymi bocznymi stężeniami lub bez stężeń, jest pod działaniem siły ściskającej, momentów na końcach i/lub obciążenia poprzecznego.

UWAGA 2 Gdy warunki (1) i (2) nie są spełnione, stosuje się 6.3.4.

Ogólna metoda oceny stateczności elementów ze względu na zwichrzenie i wyboczenie z płaszczyzny układu (6.3.4).

Umożliwia ocenę stateczności części składowych konstrukcji jak:

- elementy pojedyncze lub złożone, o stałym lub zmiennym przekroju, różnych warunkach podparcia,
- płaskie ramy lub podzespoły ram złożone z takich elementów,

które to elementy są poddane ściskaniu i/lub jednokierunkowemu zginaniu w płaszczyźnie układu, przy czym zginanie ma charakter sprężysty.

METODA OGÓLNA

Charakterystyka metody:

- Weryfikacja stateczności elementów/ram: w płaszczyźnie i z płaszczyzny,
- Proste sformułowanie,
- Trudność: przy wyznaczaniu kluczowych parametrów ($\alpha_{ult,k}$ i $\alpha_{cr,op}$),
- Wymaga zastosowania oprogramowania MES,
- Ma zastosowanie przy:
 - złożonej geometrii komponentów,
 - złożonych warunków podparcia i stężeniach,
 - złożonym obciążeniu.

6.3.4 Ogólna metoda oceny stateczności elementów ze względu na zwichrzenie i wyboczenie z płaszczyzny układu

(1) Jeśli warunki podane w 6.3.1, 6.3.2 i 6.3.3 nie są miarodajne, to można stosować poniższą metodę ogólną, która umożliwiała ocenę stateczności takich części składowych konstrukcji, jak:

- elementy pojedyncze lub złożone, o stałym lub zmiennym przekroju, i różnych warunkach podparcia, oraz
- płaskie ramy lub podzespoły ram złożone z takich elementów,

65

(2) Ogólny warunek stateczności konstrukcji opisanych w (1) ma postać:

$$\frac{\chi_{op} \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1,0 \quad (6.63)$$

gdzie: $\alpha_{ult,k}$ – minimalny mnożnik obciążeń obliczeniowych, przy którym przekrój krytyczny osiąga nośność charakterystyczną w warunkach płaskiego stanu deformacji z uwzględnieniem właściwych imperfekcji geometrycznych;

χ_{op} – współczynnik niestateczności dla smukłości względnej, $\bar{\lambda}_{op}$, według (3), odpowiadającej wyboczeniu z płaszczyzny lub zwichrzeniu.

(3) Globalną smukłość względną części składowej konstrukcji oblicza się według wzoru

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}} \quad (6.64)$$

gdzie: $\alpha_{ult,k}$ – według definicji w (2)

$\alpha_{cr,op}$ – minimalny mnożnik obciążeń obliczeniowych, przy którym rozpatrywana część konstrukcji osiąga wartość obciążenia krytycznego przy niestateczności sprężystej z płaszczyzny układu.

UWAGA Do wyznaczania mnożników $\alpha_{cr,op}$ i $\alpha_{ult,k}$ można stosować metodę elementów skończonych.

(4) Współczynnik niestateczności χ_{op} można wyznaczać jednym z poniższych sposobów:

a) jako mniejszą z wartości współczynników:

χ – wyboczenia z płaszczyzny wg 6.3.1

χ_{LT} – zwichrzenia wg 6.3.2,

określonych w obu przypadkach dla globalnej smukłości względnej $\bar{\lambda}_{op}$.

UWAGA Gdy mnożnik $\alpha_{ult,k}$ wyznacza się z warunku nośności przekroju w postaci

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}}, \text{ to warunek stateczności przyjmuje postać:}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}/\gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} \leq \chi_{op} \quad (6.65)$$

b) jako wartość interpolowaną między wartościami współczynników χ i χ_{LT} , wyznaczonymi jak w a), z wykorzystaniem mnożnika $\alpha_{ult,k}$ odpowiadającego nośności przekroju krytycznego

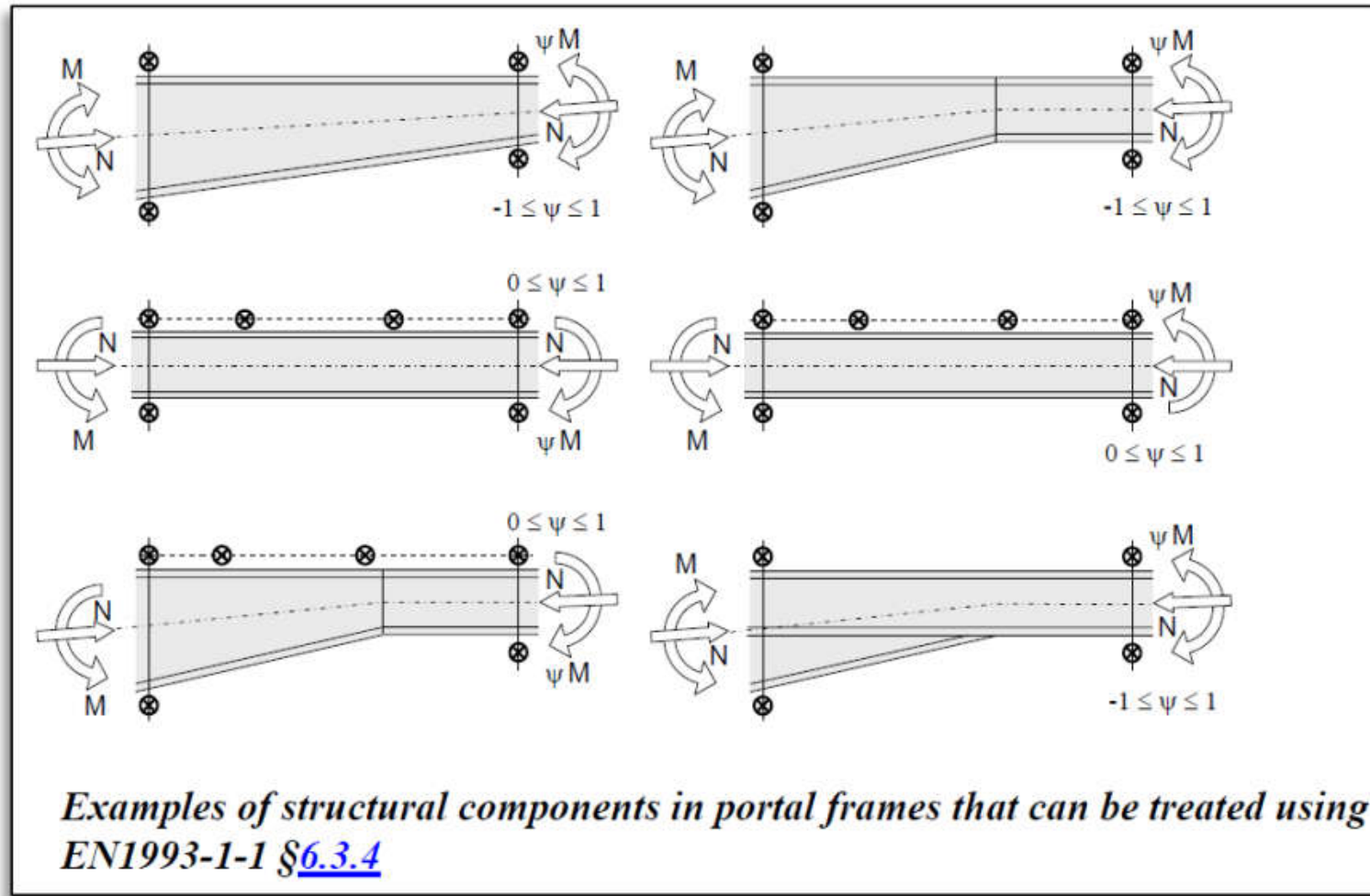
UWAGA Jeśli $\alpha_{ult,k}$ wyznacza się z warunku nośności przekroju $\frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}}$, to warunek stateczności przyjmuje postać:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rk}/\gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.66)$$

66

5/34

METODA OGÓLNA



WPLÝW DEFORMACJI 5.2.1

Wpływ deformacji (efektów II rzędu). Przy wyznaczaniu sił przekrojowych zastosowanie mają:

- Analiza I rzędu – przy założeniu pierwotnej geometrii układu,
- Analiza II rzędu – z uwzględnieniem wpływu deformacji na statykę układu.

Analizę I rzędu można stosować, gdy spełnione są warunki:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad \text{lub} \quad \alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15.$$

STATECZNOŚĆ RAM 5.2.2

W przypadku, gdy wpływ deformacji powinien zostać uwzględniony, to przy sprawdzaniu stateczności można stosować następujące reguły:

- 1) Sprawdzając stateczność ram lub ich części należy uwzględnić imperfekcje i efekty II rzędu.
- 2) W zależności od typu konstrukcji imperfekcje i efekty II rzędu uwzględnia się na trzy sposoby:
 - A. Wyłącznie poprzez analizę globalną,
 - B. Częściowo poprzez analizę globalną i częściowo przez indywidualne sprawdzenie elementów wg 6.3, → globalne efekty imperfekcji oraz efektów II rzędu
 - C. Wyłącznie przez sprawdzenie elementów wg 6.3 przyjmując odpowiednie długości wyboczeniowe.
- 3) Efekty II rzędu można uwzględnić stosując wsp. amplifikacji.

ANALIZA GLOBALNA

(11) Alternatywnie do reguł (3) i (6) można przyjąć, że kształt uogólnionej, zintegrowanej imperfekcji układu odpowiada postaci wyboczenia sprężystego η_{cr} . Amplitudę tej imperfekcji można wyznaczać ze wzoru:

$$\eta_{init} = e_0 \frac{N_{cr}}{EI \eta_{cr,max}^*} \eta_{cr} = \frac{e_0}{\bar{\lambda}^2} \frac{N_{Rk}}{EI \eta_{cr,max}^*} \eta_{cr} \quad (5.9)$$

gdzie:

$$e_0 = \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) \frac{M_{Rk}}{N_{Rk}} \frac{1 - \chi \bar{\lambda}^{-2}}{1 - \chi \bar{\lambda}^{-2}} \frac{\gamma_{M1}}{1 - \chi \bar{\lambda}^{-2}} \quad \text{dla } \bar{\lambda} > 0,2 \quad (5.10)$$

UWAGA 1 Obliczając mnożniki $\alpha_{ult,k}$ i α_{cr} można przyjąć, że elementy układu są obciążone tylko siłami podłużnymi N_{Ed} uzyskanymi z analizy sprężystej pierwszego rzędu, przy obciążeniach obliczeniowych.

ANALIZA GLOBALNA

Tablica 5.1: Wartości obliczeniowe wstępnych imperfekcji łukowych e_0 / L

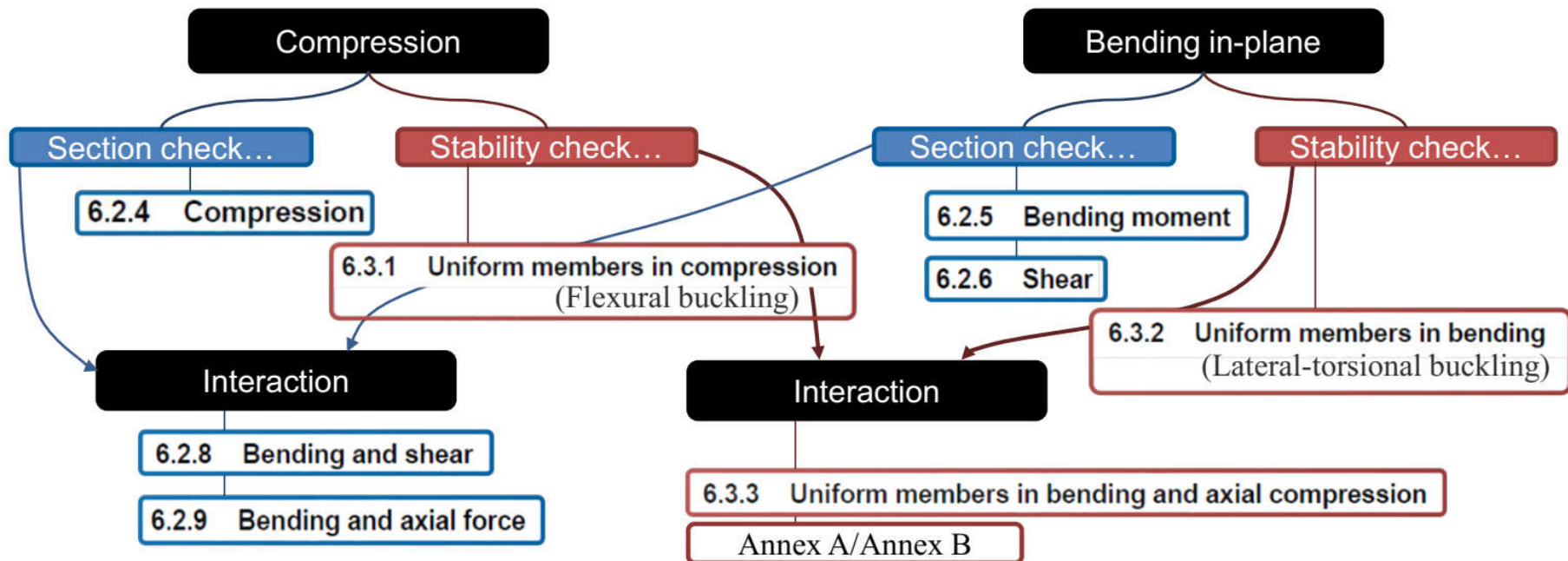
Krzywa wyboczenia wg tablicy 6.1	Analiza sprężysta	Analiza plastyczna
	e_0 / L	e_0 / L
a_0	1 / 350	1 / 300
a	1 / 300	1 / 250
b	1 / 250	1 / 200
c	1 / 200	1 / 150
d	1 / 150	1 / 100

(3) Gdy analiza drugiego rzędu ma uwzględniać zwichrzenie elementów zginanych, to można przyjmować imperfekcje tych elementów jako $ke_{0,d}$, gdzie $e_{0,d}$ – zastępcza wstępna imperfekcja łukowa w płaszczyźnie najmniejszej bezwładności przekroju. Uwzględnianie dodatkowych imperfekcji skrętnych na ogół nie jest wymagane.

UWAGA Wartość parametru k może być określona w Załączniku krajowym. Zaleca się $k = 0,5$.

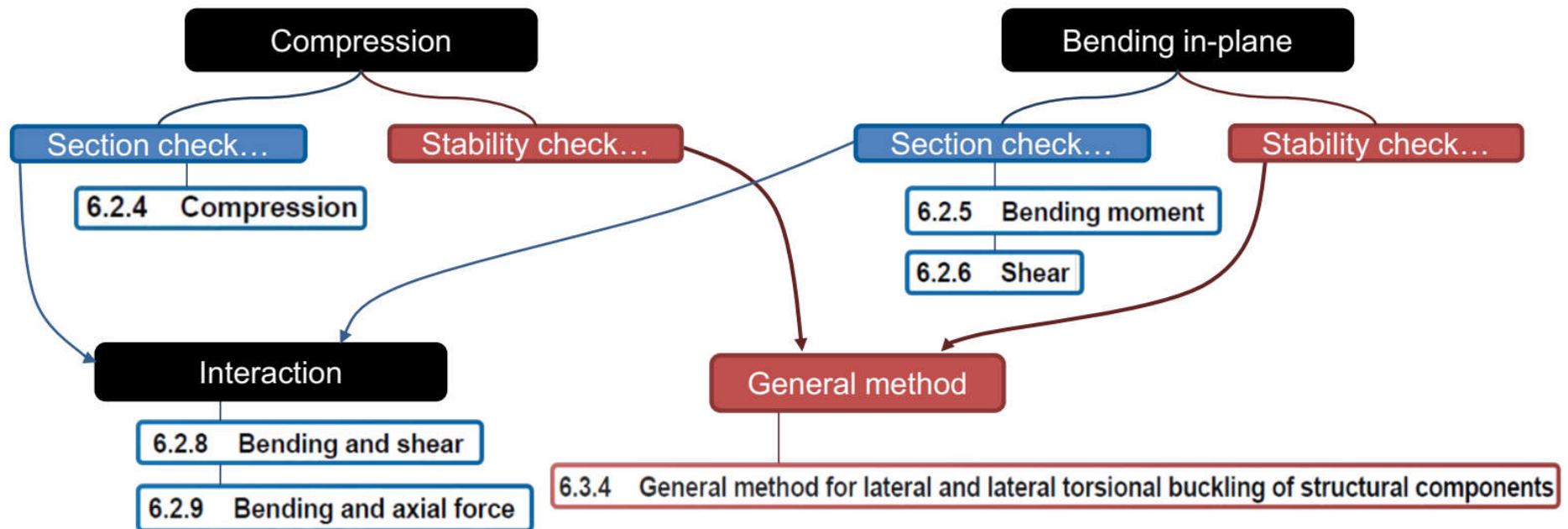
WYMIAROWANIE WG 6.3.3

Analytical methods according to EN 1993-1-1, 6.2 & 6.3.1 to 6.3.3



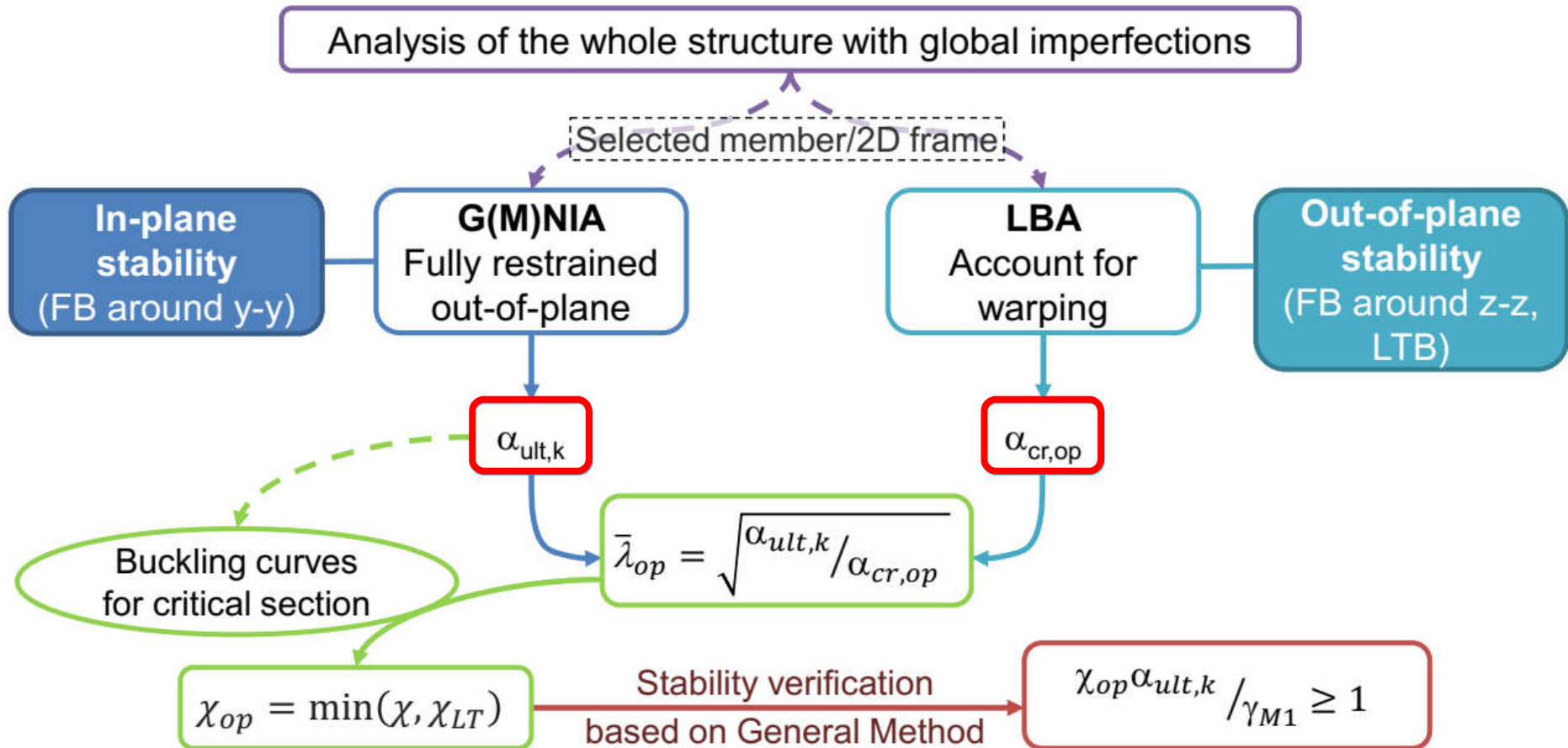
WYMIAROWANIE WG 6.3.4

Section checks & general method according to EN 1993-1-1, 6.2 & 6.3.4



METODA OGÓLNA

Formulation of the General Method

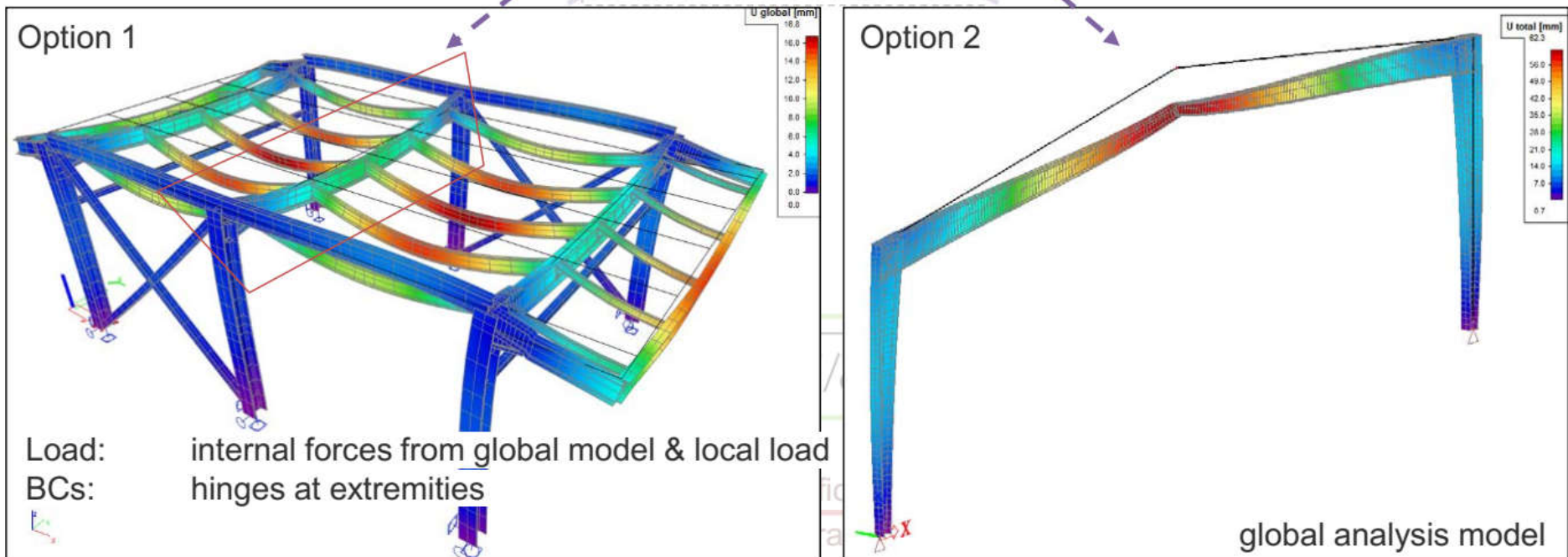


METODA OGÓLNA

Formulation of the General Method

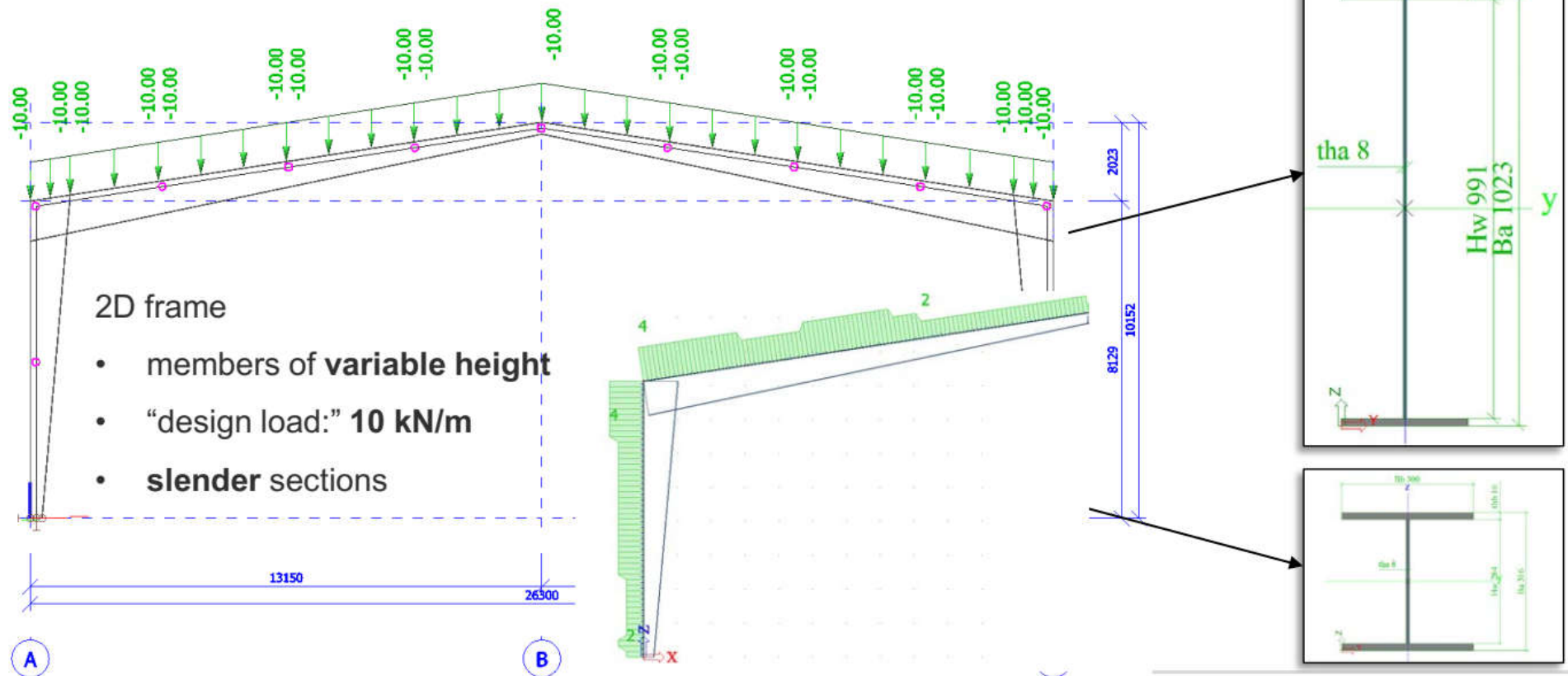
Analysis of the whole structure with global imperfections

Selected member/2D frame



METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

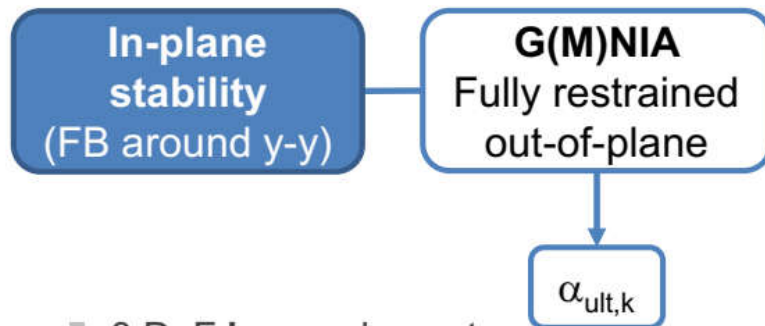
Formulation of the General Method & Example



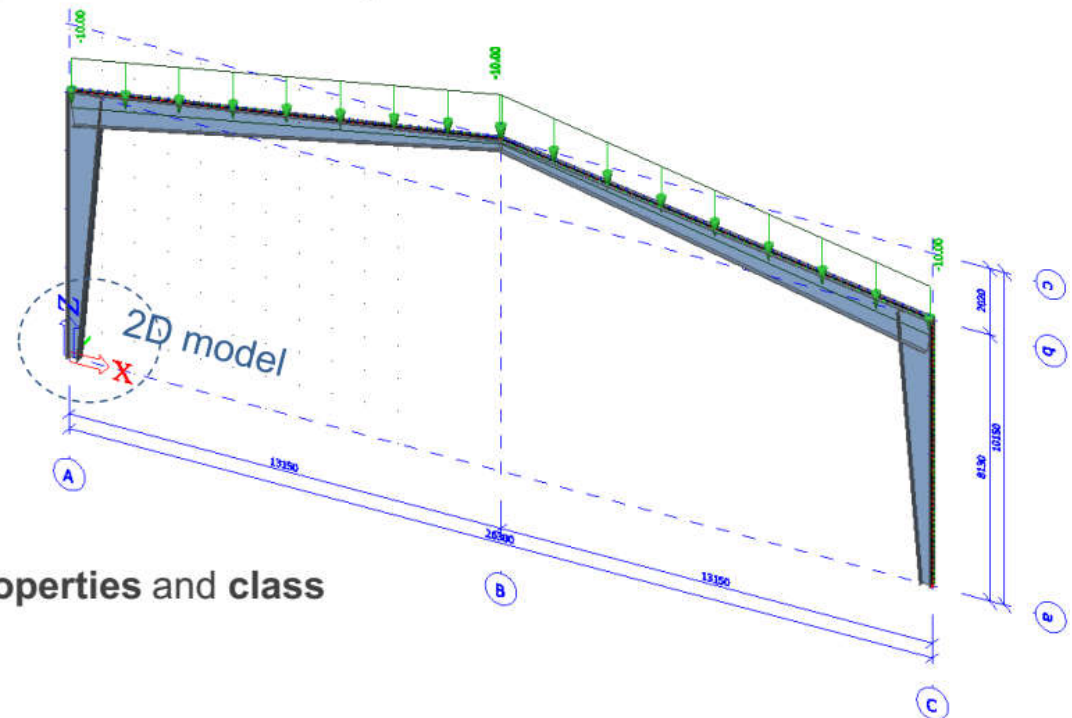
METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

Formulation of the General Method & Example

Model: 2nd order analysis of the **frame** taking into account **all in-plane effects**:



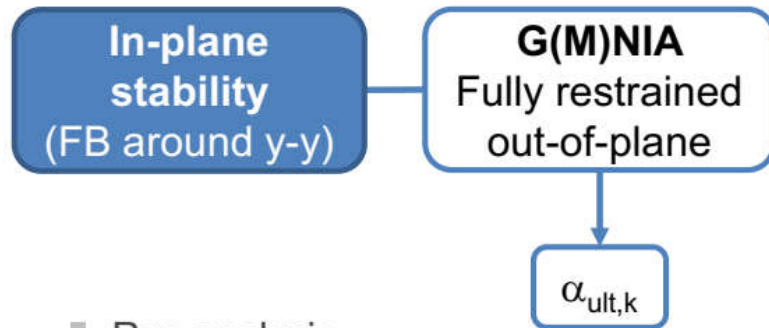
- 3 DoF **beam** elements
- ~**10 sections** per member
- per section: (effective) **cross-section properties** and **class**
- global and member **imperfections**



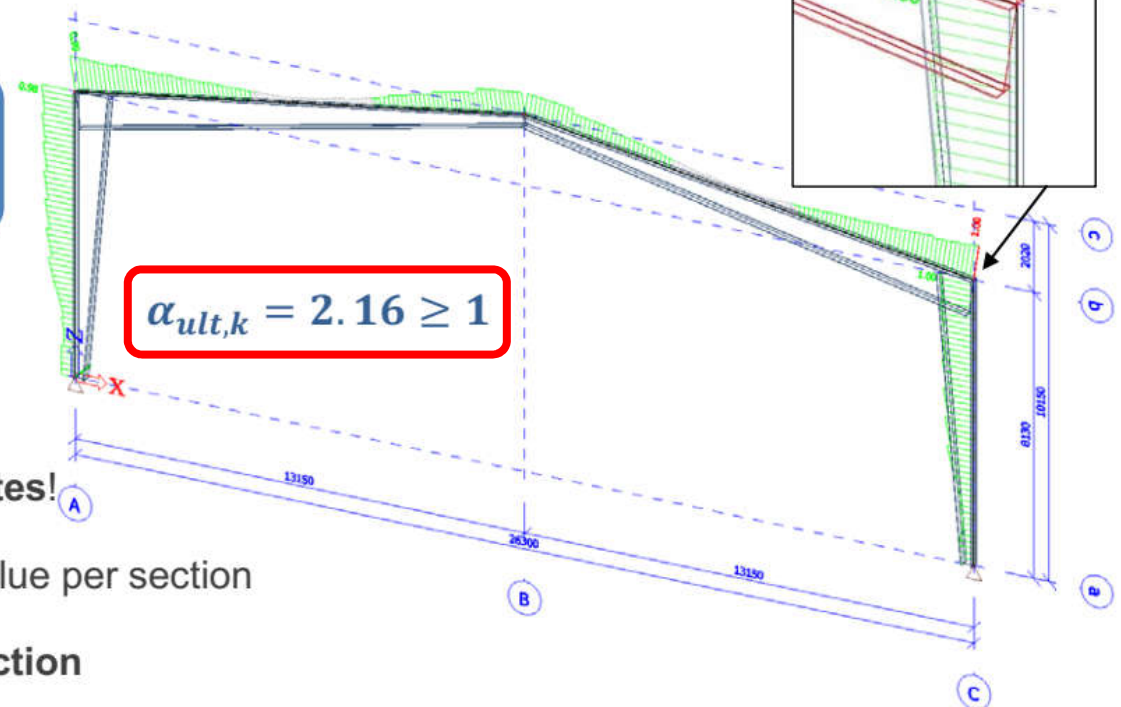
METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

Formulation of the General Method & Example

Model: 2nd order analysis of the **frame** taking into account **all in-plane effects**:



- Run analysis
 - Make sure **no plastic hinge rotates!**
- Derive unity **Cross-Section Check** value per section
- → Maximal unity check == **critical section**

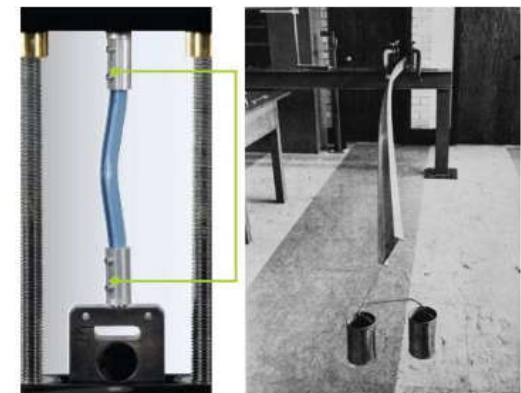
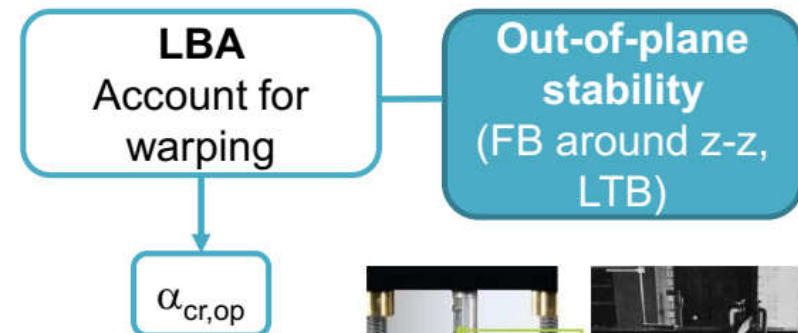


METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

Formulation of the General Method

Linear stability analysis of the frame **ignoring all in-plane effects**:

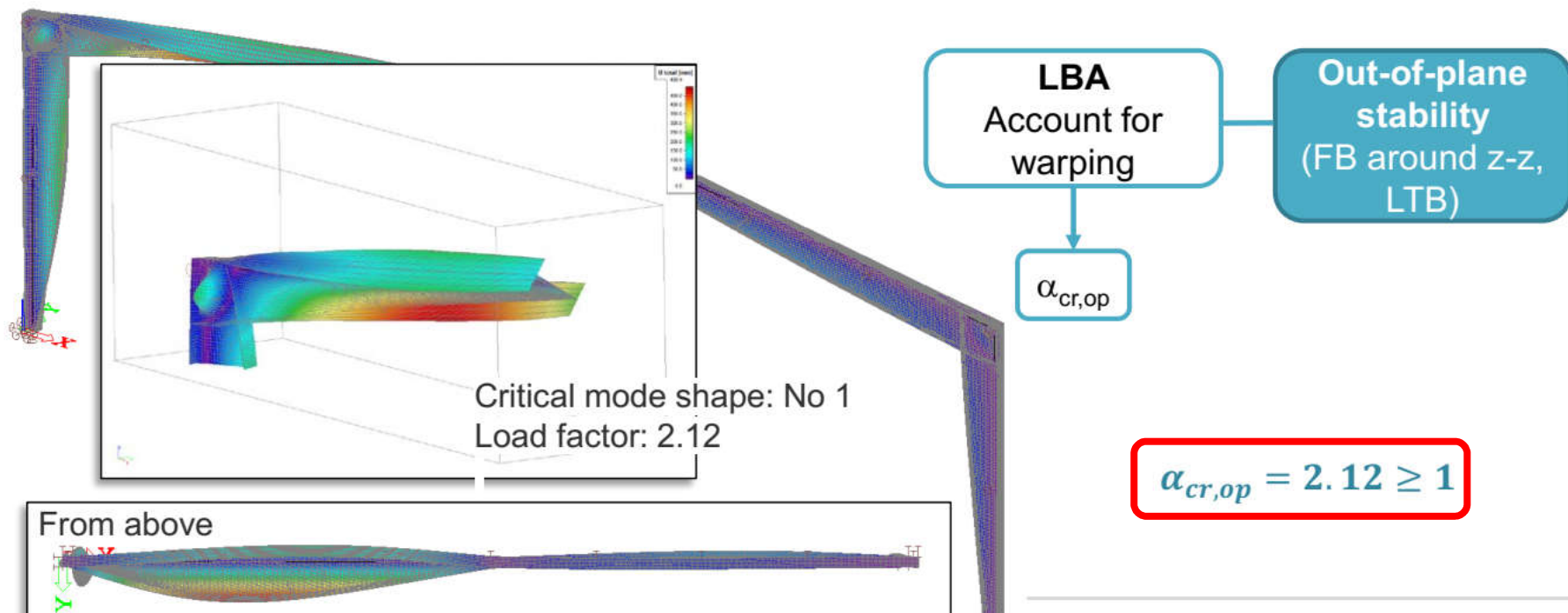
- Elastic analysis
- No imperfections needed
- Warping deformation needed:
 - Shell elements
 - 7DoF beam elements
- The first eigen mode representing LB or LTB is the critical
- $\alpha_{cr,op}$: the load factor for this critical mode
- $\alpha_{cr,op} \geq 1$



METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

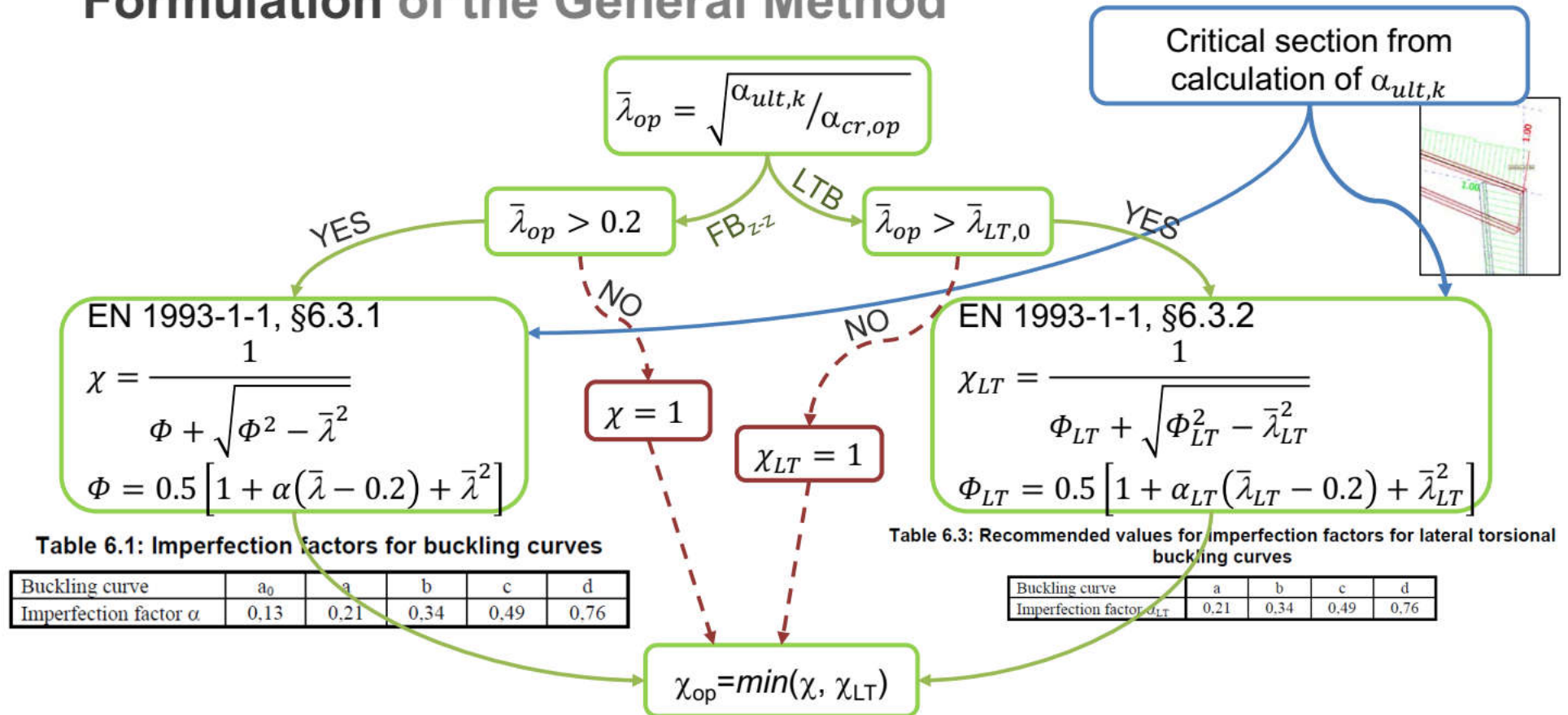
Formulation of the General Method & Example

Linear stability analysis of the frame ignoring all in-plane effects:



METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

Formulation of the General Method



METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

Formulation of the General Method & Example

- $\alpha_{ult,k} = 2.16 \geq 1$

- $\alpha_{cr,op} = 2.12 \geq 1$

- $\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\alpha_{ult,k}/\alpha_{cr,op}} = \sqrt{2.16/2.12} = 1.01$

- At critical section: FB curve **b**, $\alpha = 0.34$

- $\Phi = 0.5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 1.15$

- $\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = 0.59$

- At critical section: LTB curve **d**, $\alpha_{LT} = 0.76$

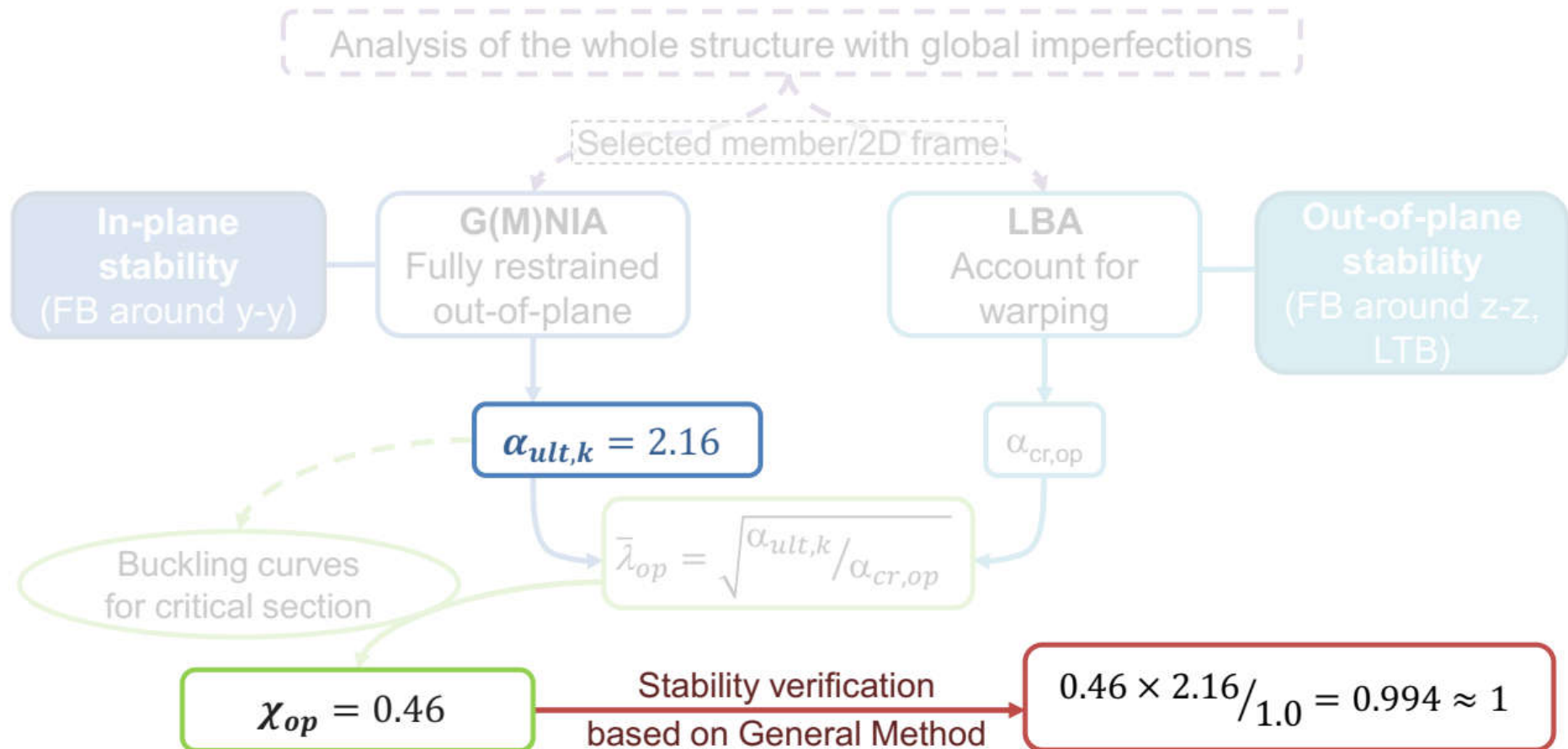
- $\Phi_{LT} = 0.5 \left[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 1.32$

- $\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = 0.46$

- $\chi_{op} = \min(\chi, \chi_{LT}) = 0.46$

METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD

Formulation of the General Method



METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD 2

From: “*Background document to EN 1993-1-1,*”

G. Sedlacek, J. Naumes, 2009

- A support frame from the Schwebebahn in Wuppertal
- Variable cross-section
- Fork supports modelled at column feet
- Beam laterally supported eccentrically in 2 points
- Asymmetric loading
- Non-uniform distribution of N and M_y



METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD 2

From: “Background document to EN 1993-1-1,”

G. Sedlacek, J. Naumes, 2009

With FEM, see Figure 4.7 the numerical values are

$$\alpha_{ult,k,min} = 1,69$$

$$\alpha_{crit} = 3,41$$

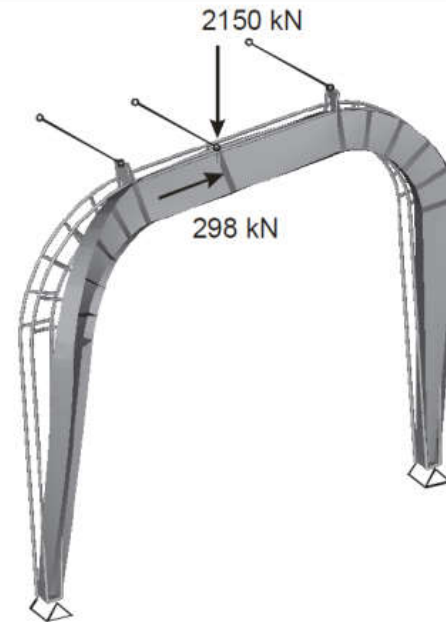
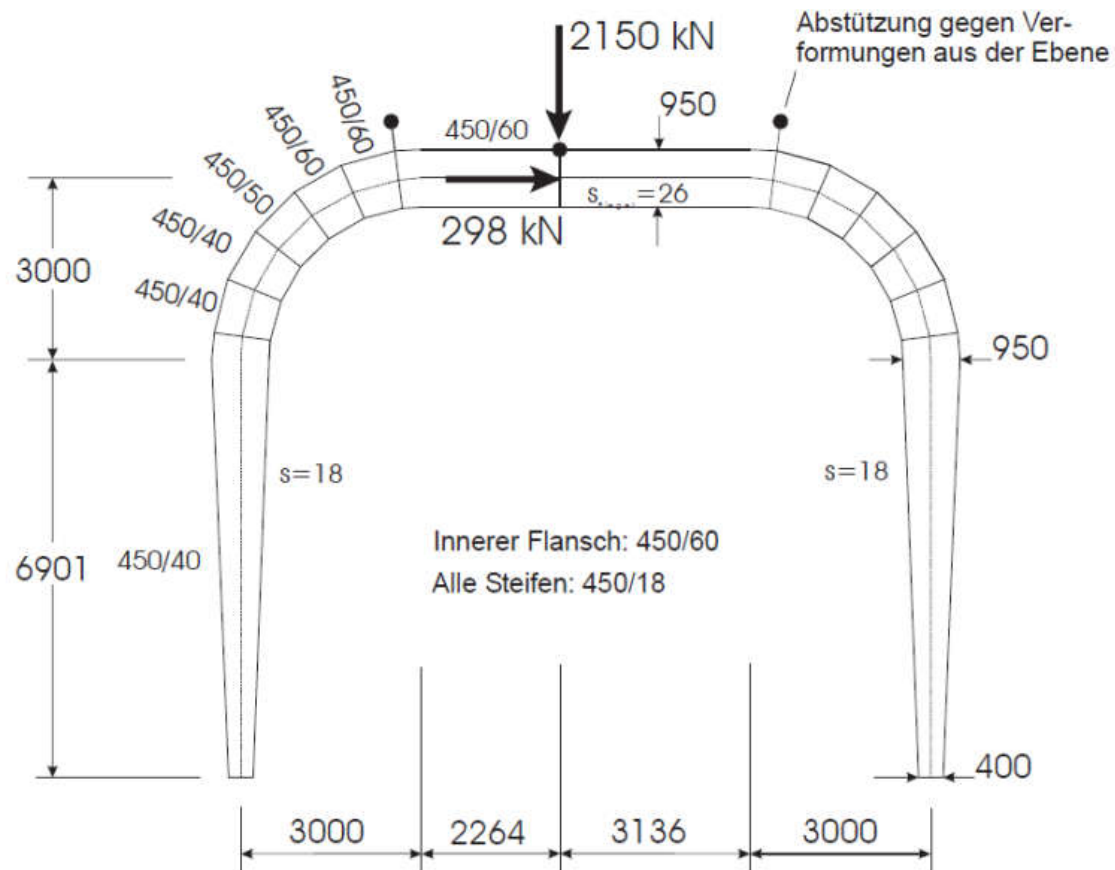


Figure 4.7: First eigenmode of the support frame from FEM-analysis ($\rightarrow \alpha_{crit} = 3,41$)

METODA OGÓLNA – PRZYKŁAD 2

For the verification flexural buckling curve c has been used as safe-sided approach. All relevant calculation steps are given in Figure 4.6.



Ergebnisse der FEM-Berechnung:

$$\alpha_{crit} = 3,41$$

$$\alpha_{ult,k,min} = 1,69$$

Ermittlung des Abminderungsbeiwertes:

$$\bar{\lambda}_{mod} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k,min}}{\alpha_{crit}}} = \sqrt{\frac{1,69}{3,41}} = 0,704$$

$$\beta = 1$$

$$\alpha_{LT} = 0,49$$

$$\chi_{LT} = 0,722$$

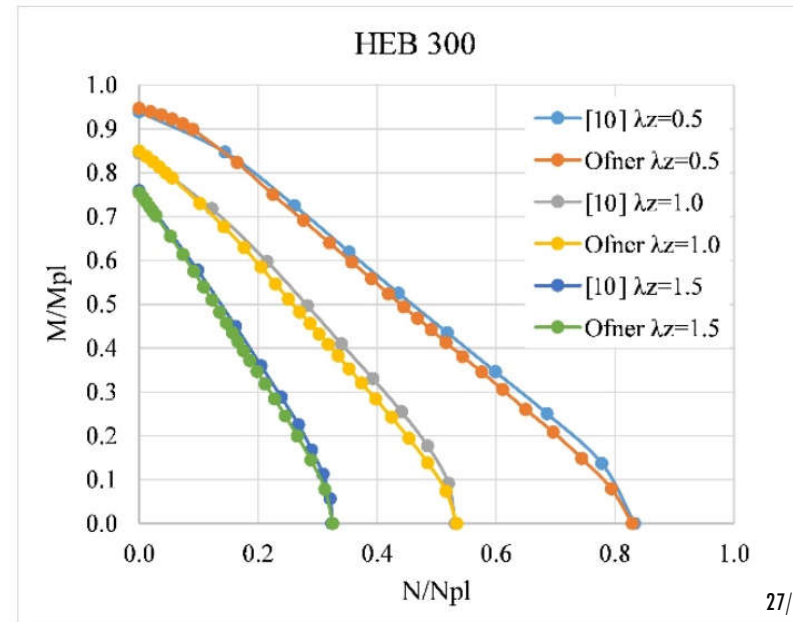
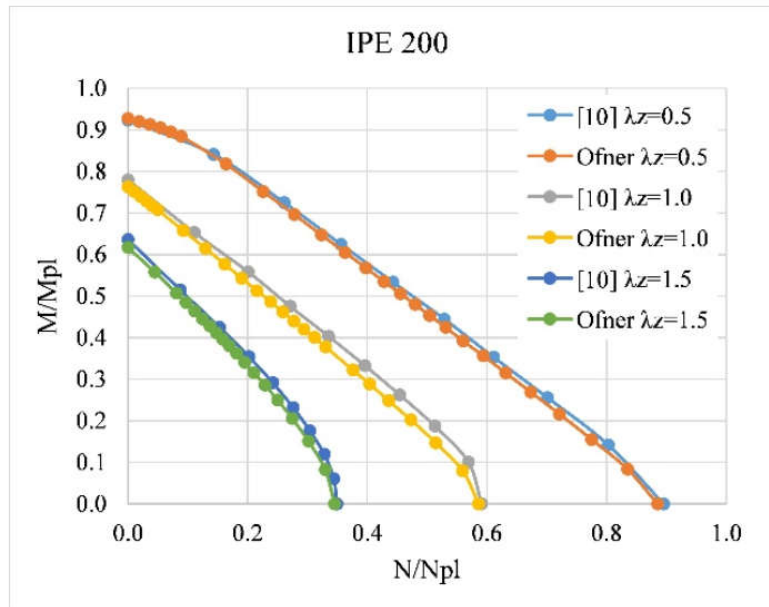
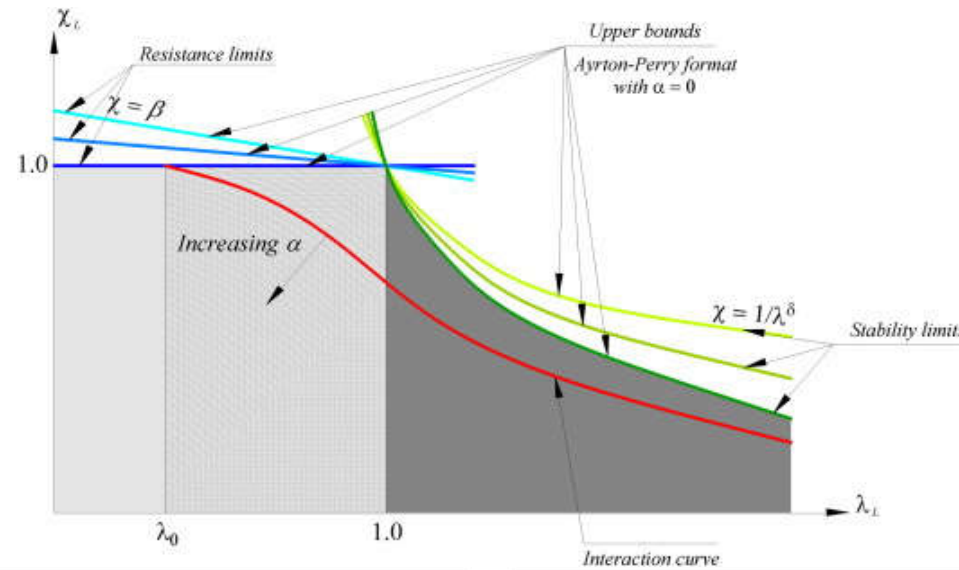
Nachweis:

$$\chi_{LT} \cdot \alpha_{ult,k,min} \geq \gamma_{M1}$$

$$0,722 \cdot 1,69 = 1,22 > 1,10$$

Figure 4.6: Example for the lateral torsional buckling verification acc. to the general method

PODSTAWY METODY OGÓLNEJ



ANALIZA GLOBALNA

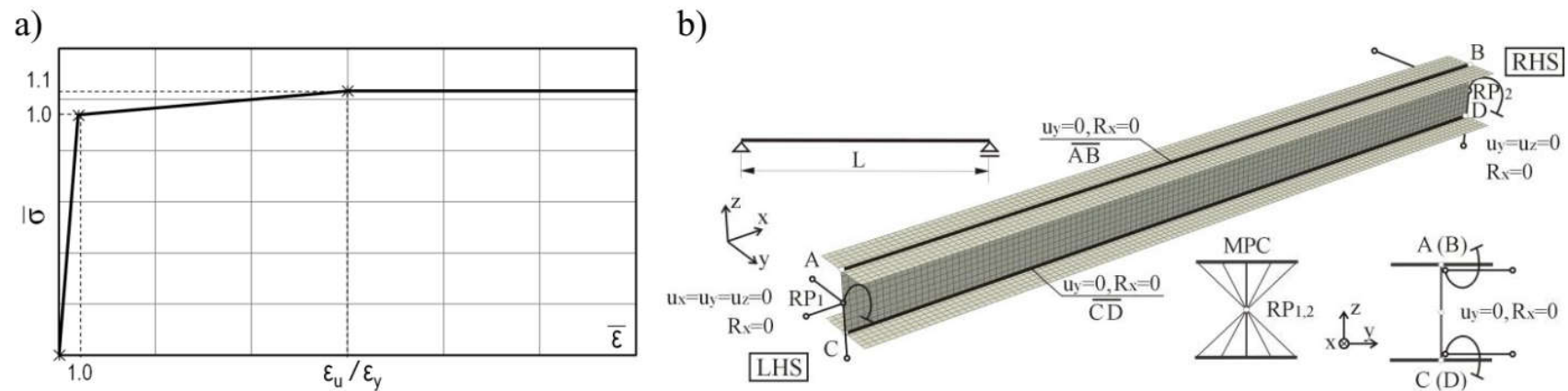


Fig. 1. Basis for numerical analysis, a) assumed relationship between stress and strain in uniaxial tension test, b) FE SM model in bending about stronger axis of inertia $y-y$

ANALIZA GLOBALNA

Koncepcja imperfekcji zastępczych

$$e_{0,ip} = \alpha_{ip} \left(\sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr,ip}}} - 0.2 \right) \frac{M_{c,ip,Rk}}{N_{pl,Rk}}$$



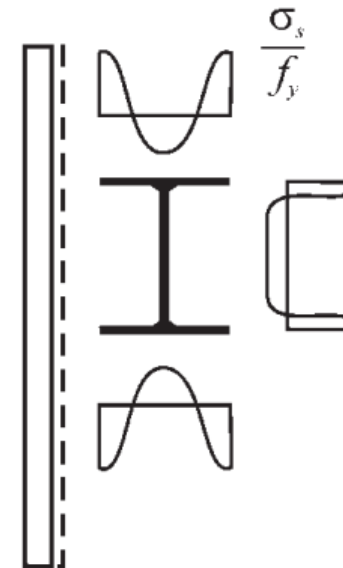
variation of deviation from straightness



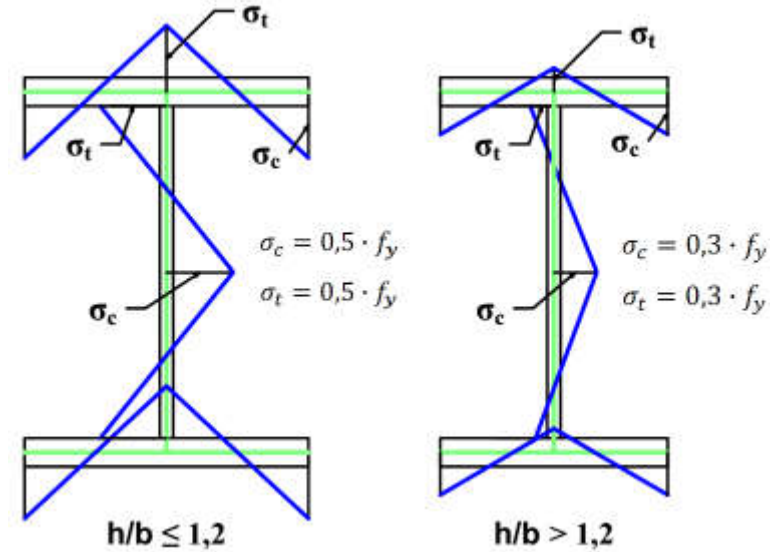
eccentricity due to variations of cross-section dimensions



eccentricity due to non-centric loads



imperfection due to residual stress patterns and variation of yield strength



ANALIZA GLOBALNA

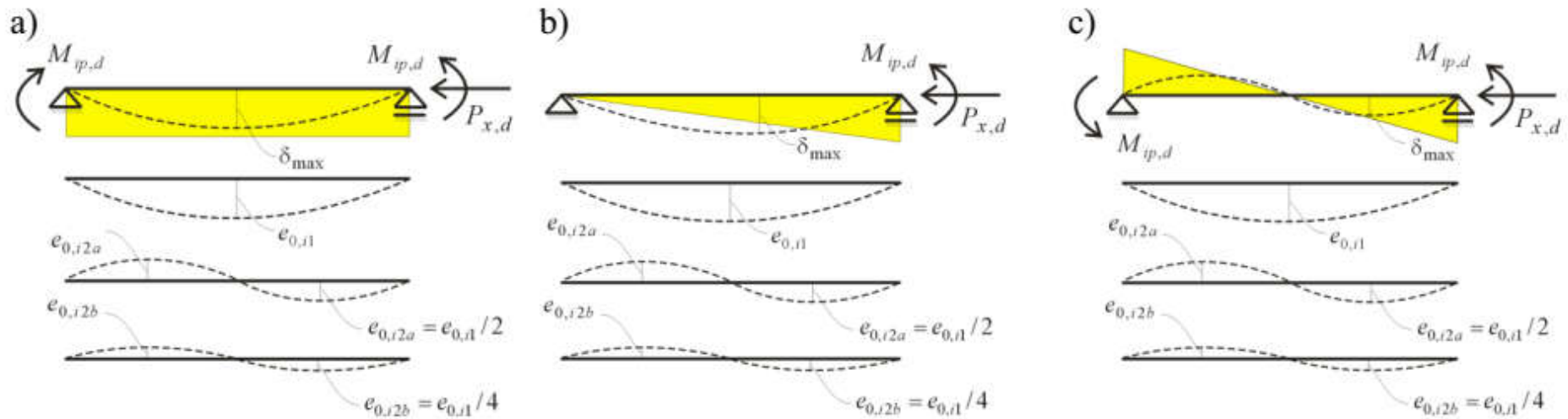
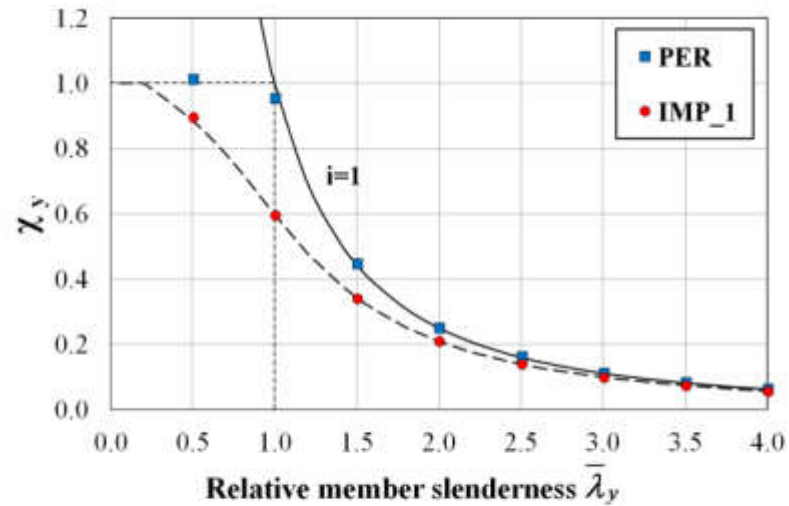


Fig. 2. Considered load cases of simply supported beam-columns of HEB 300 cross-section ($ip = y, z$) together with imperfection profiles. Moment diagrams: a) UM-IP, b) TM-IP, c) AM-IP (IP = Y, Z)

ANALIZA GLOBALNA

a)



b)

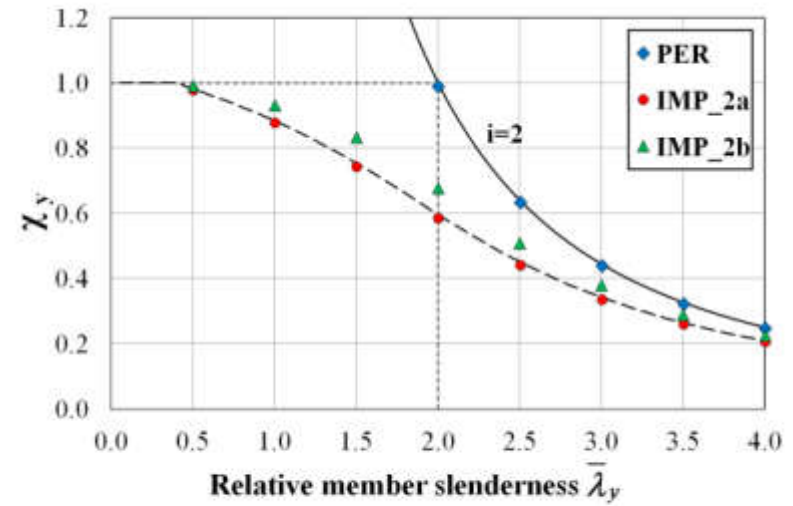


Fig. 3. Numerical results for pure compression and buckling about y - y axis in case of single imperfection profile ($\alpha_y = 0.34$); a) IMP_1, b) IMP_2a, IMP_2b

ANALIZA GLOBALNA – INTERAKCJA

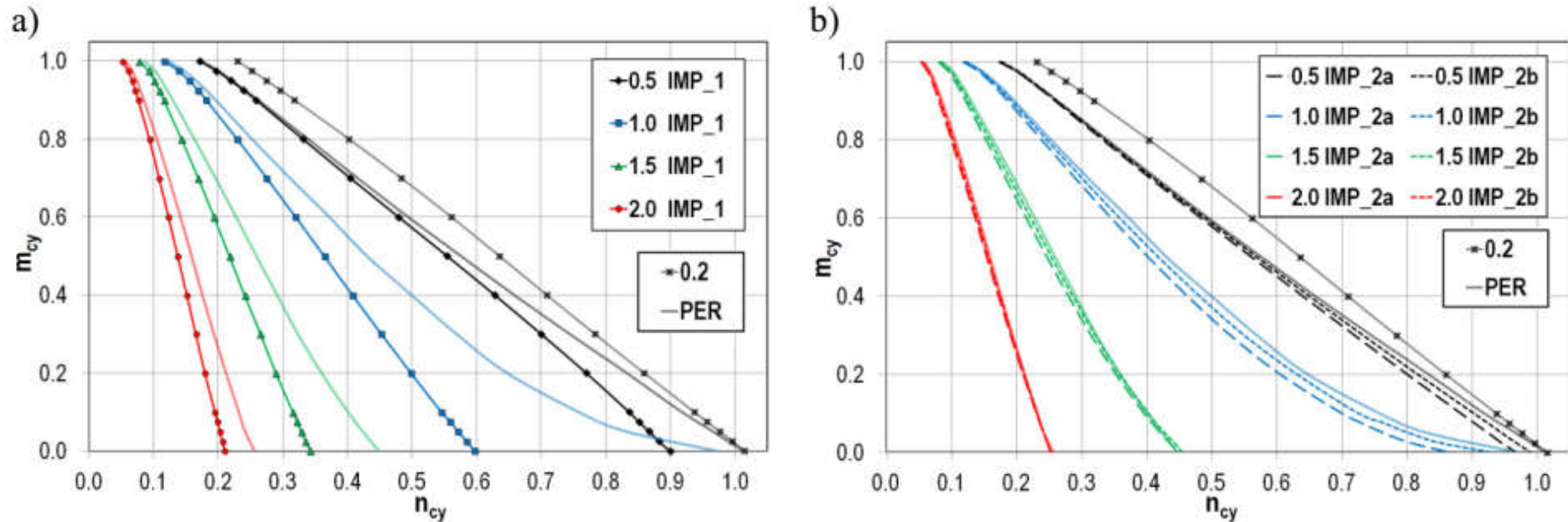


Fig. 8. Numerical results for bending and buckling about y - y axis in case of TM-Y;

a) imperfect elements with a single imperfection profile IMP_1 (GMNIA), b) imperfect elements with a single imperfection profile IMP_2a or IMP_2b (GMNIA); PER – perfect elements (GMNA+)

ANALIZA GLOBALNA – INTERAKCJA

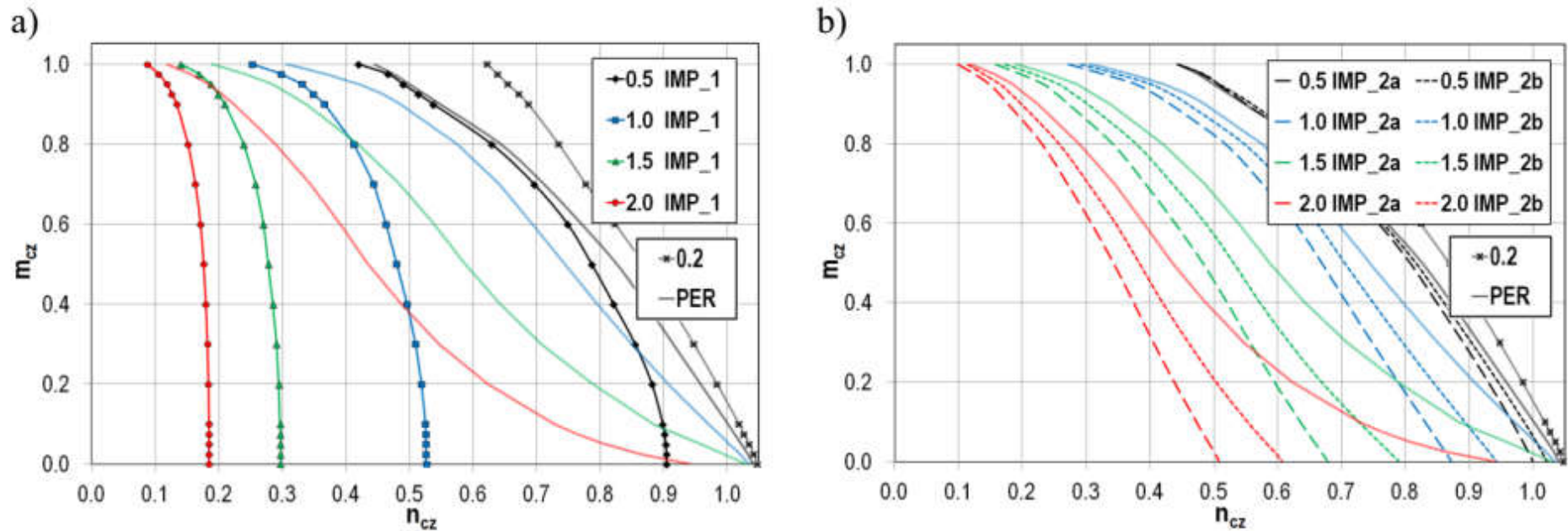


Fig. 12. Numerical results for bending and buckling about z - z axis in case of AM-Z; a) imperfect elements with a single imperfection profile IMP_1 (GMNIA), b) imperfect elements with a single imperfection profile IMP_2a or IMP_2b (GMNIA); PER – perfect elements (GMNA+)

ANALIZA GLOBALNA – POR. Z EC

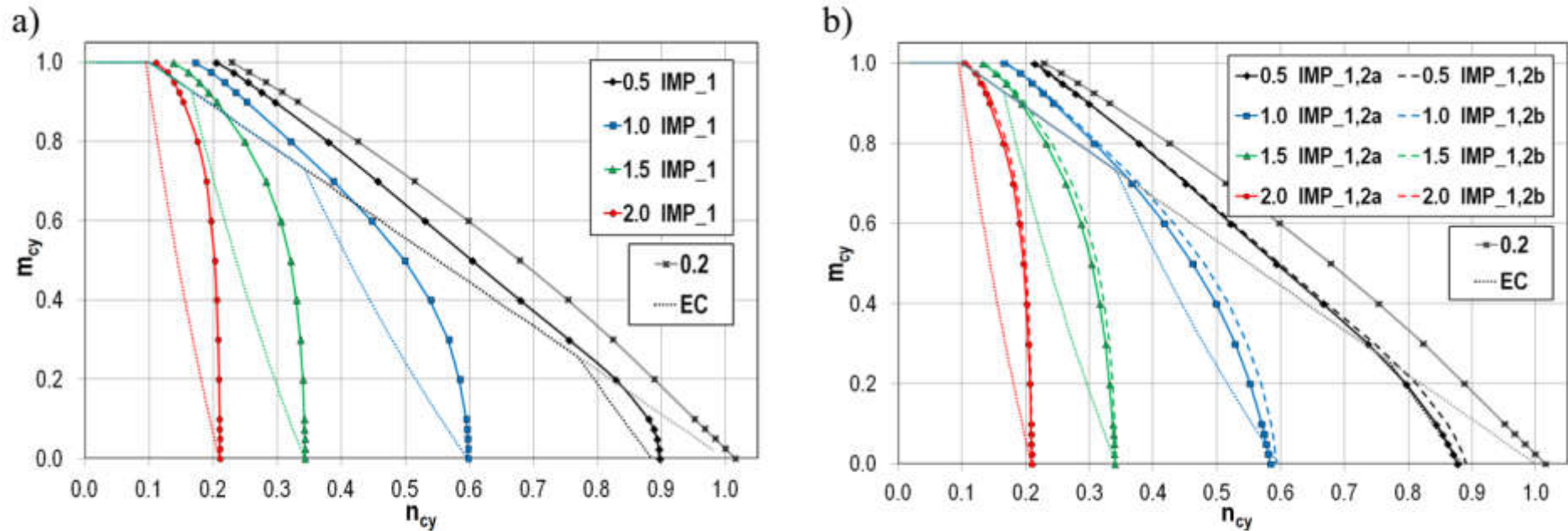


Fig. 24. Numerical results for bending and buckling about y - y axis in case of AM-Y ($\alpha_y = 0.34$);

a) imperfect elements with a single imperfection profile IMP_1 (GMNIA), b) imperfect elements with a double imperfection profile IMP_1,2a or IMP_1,2b (GMNIA); EC – results from adopting the EC3–M2